ИСПОЛЬЗОВАНИЕ MS EXCEL ПРИ ПРОВЕДЕНИИ ФИНАНСОВЫХ РАСЧЕТОВ

Н.Н. Рачковский
Государственный институт управления и социальных технологий БГУ
г. Минск, Беларусь

Одним из основных принципов, на которых основаны современные финансовые расчеты, является принцип учета временного фактора. Суть этого принципа в том, что одинаковые номинально, но рассматриваемые в различные моменты времени денежные суммы должны оцениваться по-разному, даже без учета инфляции. Другими словами, предполагается, что любая денежная сумма немедленно инвестируется в какой-либо проект с целью получения дохода (можно, например, считать, что полученная сумма сразу же помещается на денежный депозит). Применение такого подхода приводит к понятию современной стоимости денежной суммы, причем эту современную стоимость можно относить к любому моменту времени как в прошлом, так и в будущем. Таким образом, при расчете современной стоимости необходимо указать: во-первых, момент времени n_0, к которому она относится; во-вторых, момент времени n_1, к которому ожидается получение данной денежной суммы S; в-третьих, тип (простая или сложная) применяемой процентной ставки; и наконец, в-четвертых, размер этой ставки i. При этом, если $n_1 > n_0$ (т. е. получение денежной суммы S ожидается после момента времени, к которому рассчитывается современная ее стоимость), то эта сумма S дисконтируется по одной из формул: $S' = \frac{S}{1 + t_i}$ (в случае применения простой процентной ставки) или $S' = \frac{S}{(1 + i)^t}$ (в случае применения сложной процентной ставки). Если же $n_1 < n_0$, то сумма S наращивается по одной из формул: $S' = S(1 + t_i)$ (в случае применения простой процентной ставки) или $S' = S(1 + i)^t$ (в случае применения сложной процентной ставки). Здесь t обозначает продолжительность срока между моментами n_0 и n_1, исчисляемую в периодах начисления процентов.

Вычисление современной стоимости S' в случае, когда заданы значения S, n_0, n_1, i, производится без особых проблем. Однако достаточно часто требуется найти момент времени n_0, соответствующий уже известному значению S'. В ряде случаев параметр n_0 вычисляется достаточно просто, но встречаются ситуации, когда такое вычисление не вполне тривиально, и тогда можно использовать возможности MS Excel. Ниже рассмотрим две таких ситуации: определение срока консолидированного платежа и нахождение дисконтного срока окупаемости.

Нахождение срока консолидированного платежа. Предположим, что существующим договором предусматривается выплата нескольких платежей в объемах $S_1, S_2, \dots , S_k$ денежных единиц через $n_1, n_2, \dots , n_k$ лет соответственно; возникла необходимость заменить все эти k платежей одним консолидированным платежом; стороны пришли к соглашению о величине консолидированного платежа S_0 денежных единиц и о величине применяемой годовой процентной ставки i; требуется определить срок n_0 (лет) этого платежа, который обеспечил бы безубыточность такого изменения условий договора для обеих сторон.

Прежде всего, заметим, что для решения подобных задач современная практика финансовых расчетов предполагает использование принципа эквивалентности: сумма современных стоимостей консолидируемых платежей, вычисленных на момент консолидированного платежа, должна быть равна консолидированному платежу. Сначала рассмотрим случай, когда применяется сложная годовая процентная ставка i.

Предположим, что первые r платежей $S_1, S_2, \dots , S_r$ должны были быть выплачены до предполагаемого момента n_0 выплаты консолидированного платежа, а последние $k - r$ платежей $S_{r+1}, S_{r+2}, \dots , S_k$ приходятся на период времени после момента n_0, тогда суммарная современная стоимость всех этих платежей будет равна:

$$S_1(1 + i)^{n_0 - n_1} + S_2(1 + i)^{n_0 - n_2} + \dots + S_r(1 + i)^{n_0 - n_r} + \frac{S_{r+1}}{(1 + i)^{n_{r+1} - n_0}} + \frac{S_{r+2}}{(1 + i)^{n_{r+2} - n_0}} + \dots + \frac{S_{r+2}}{(1 + i)^{n_k - n_0}}.$$

Отсюда, произведя некоторые элементарные преобразования, получим уравнение относительно неизвестной n_0:

$$S_1(1+i)^{n_0-n_1} + S_2(1+i)^{n_0-n_2} + \ldots + S_k(1+i)^{n_0-n_k} = S_0.$$

Обе его части разделим на $(1+i)^{n_0}$ и получим следующее уравнение

$$\frac{S_1}{(1+i)^{n_1}} + \frac{S_2}{(1+i)^{n_2}} + \ldots + \frac{S_k}{(1+i)^{n_k}} = \frac{S_0}{(1+i)^{n_0}},$$

финансовый смысл которого состоит в том, что при искомом сроке n_0 современная стоимость консолидированного платежа S_0 должна быть равна суммарной современной стоимости консолидируемых платежей не только на момент выплаты консолидированного платежа, но и на момент изменения условий договора.

Последнее уравнение является показательным, и его решение находится без особого труда, без привлечения MS Excel.

Рассмотрим теперь случай, когда используется простая процентная ставка i. В этом случае уравнение для нахождения срока консолидированного платежа n_0 имеет вид:

$$S_1(1+(n_0-n_1)i) + S_2(1+(n_0-n_2)i) + \ldots + S_r(1+(n_0-n_r)i) +$$

$$\frac{S_{r+1}}{1+(n_{r+1}-n_1)\,i} + \frac{S_{r+2}}{1+(n_{r+2}-n_0)\,i} + \ldots + \frac{S_k}{1+(n_k-n_0)\,i} = S_0.$$

Это уравнение является рациональным относительно неизвестной n_0, и его решение даже при сравнительно небольших значениях количества k консолидируемых платежей может оказаться достаточно непростой задачей. Ситуация усугубляется еще тем, что, как правило, заранее бывает затруднительно указать те соседние значения n_r и n_{r+1}, между которыми находится искомое значение n_0. Следовательно, для нахождения срока n_0 нужно поочередно рассматривать случаи, когда $n_0 \le n_1$, $n_1 \le n_0 \le n_2$, …, $n_{k-1} \le n_0 \le n_k$, $n_0 \ge n_k$ и решать соответствующие уравнения. Другими словами нужно решить следующую совокупность систем уравнений и неравенств:

$$\begin{cases} S_1(1+(n_1-n_0)i)^{-1} + S_2(1+(n_2-n_0)i)^{-1} + \ldots + S_k(1+(n_k-n_0)i)^{-1} = S_0, \\ n_0 \le n_1, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} S_1(1+(n_0-n_1)i) + S_2(1+(n_2-n_0)i)^{-1} + \ldots + S_k(1+(n_k-n_0)i)^{-1} = S_0, \\ n_1 \le n_0 \le n_2, \end{cases}$$

или …, или

$$\begin{cases} S_1(1+(n_0-n_1)i) + \ldots + S_{k-1}(1+(n_0-n_{k-1})i) + S_k(1+(n_k-n_0)i)^{-1} = S_0, \\ n_{k-1} \le n_0 \le n_k, \end{cases}$$

или

$$\begin{cases} S_1(1+(n_0-n_1)i) + S_2(1+(n_0-n_2)i) + \ldots + S_k(1+(n_0-n_k)i) = S_0, \\ n_0 \ge n_k. \end{cases}$$

Как видим, задача нахождения срока консолидированного платежа в случае применения простой процентной ставки значительно сложнее аналогичной задачи при использовании сложной процентной ставки. Использование же возможностей MS Excel позволяет без особых трудностей справиться с этой проблемой.

Для решения каждой из записанных выше систем уравнений и неравенств на листе книги Excel выделим одну ячейку для искомого значения n_0 и еще одну (целевую) ячейку, в которую запишем левую часть уравнения из этой системы; после этого применим специализированную программу «Поиск решения», входящую в стандартный пакет MS Excel, потребуем, чтобы целевая ячейка была равна значению консолидированного платежа S_0, а неравенство из рассматриваемой системы учтем как ограничение.

Заметим, что в настоящее время подобную задачу решают, используя тот же подход, что и в случае применения сложной процентной ставки, а именно приравнивая друг другу современную стоимость консолидированного платежа и совокупную современную стоимость всех консолидируемых платежей на момент изменения условий договора (а не на момент выплаты консолидированного платежа). Другими словами, срок n_0 консолидированного платежа находят как решение более простого уравнения:

$$\frac{S_1}{1+n_1 i} + \frac{S_2}{1+n_2 i} + \ldots + \frac{S_k}{1+n_k i} = \frac{S_0}{1+n_0 i}.$$

Следующий пример показывает, что в случае использования простых процентов этот подход обеспечивает лишь приближенный результат.

Пример 1 [1, с. 79]. Суммы в размере 10, 20 и 15 млн руб. должны быть выплачены через 50, 80 и 150 дней, соответственно. Стороны согласились заменить их одним платежом в размере 50 млн руб. Найти срок консолидированного платежа, применяя простую годовую процентную ставку 10 %.

В [1, с. 79] срок консолидированного платежа $n_0 = 512$ дней найден как решение последнего уравнения. Использование же предлагаемого нами выше подхода дает значение $n_0 = 502$ дня; проверка полученных результатов показывает, что погрешность (разность между объемом консолидированного платежа и суммой современных стоимостей консолидируемых платежей на момент выплаты консолидированного платежа) в случае $n_0 = 512$ дней составляет 0,12055 млн руб., а в случае $n_0 = 502$ дня – 0,00274 млн руб. Таким образом, в данном примере точность решения, полученного на основе предлагаемого нами подхода, на два порядка выше, чем точность решения, полученного традиционным методом.

Нахождение дисконтного срока окупаемости. Напомним, что дисконтный срок окупаемости (ДСО) определяется как срок, за который современная стоимость вложенных инвестиций сравняется с современной стоимостью отдачи от этих инвестиций, причем указанные современные стоимости вычисляются на момент окончания срока инвестирования с применением сложной годовой процентной ставки.

Итак, предположим, что в моменты времени $n_1, n_2, \dots, n_p$ производятся инвестиции в объемах $K_1, K_2, \dots, K_p$ денежных единиц соответственно, в результате чего ожидаются ежегодные поступления в объемах $R_1, R_2, \dots, R_p$ денежных единиц; требуется определить дисконтный срок окупаемости $n_{\text{ок}}$ с использованием сложной годовой процентной ставки i.

Для решения этой задачи нужно сначала вычислить совокупную современную стоимость всех инвестиций на момент n_p окончания срока инвестирования:

$$K' = K_1(1+i)^{(n_p - n_1)} + K_2(1+i)^{(n_p - n_2)} + K_{p-1}(1+i)^{(n_p - n_{p-1})} + K_p.$$

Затем вычислим современные стоимости всех ожидаемых поступлений:

$$R_1' = R_1(1+i),\ R_2' = R_1(1+i)^2,\ \dots,\ R_k' = R_1(1+i)^k.$$

После этого последовательно вычислим частичные суммы R_1', $R_1' + R_2'$, … , $R_1' + R_2' + \dots + R_k'$ и найдем из них максимальную $R_1' + R_2' + \dots + R_m'$, не превосходящую величину K'; тогда число слагаемых m в этой сумме – это количество полных лет, входящих в дисконтный срок окупаемости (т. е. целая часть дисконтного срока окупаемости). Если окажется, что $R_1' > K'$, то ДСО составит меньше года (т. е. целая часть дисконтного срока окупаемости равна нулю). Если же самая большая сумма $R_1' + R_2' + \dots + R_k'$ окажется меньше K', то ДСО бесконечен. Теперь найдем дробную часть x дисконтного срока окупаемости. Для этого будем считать, что доходы в течение m+1-го года поступают равномерно; тогда искомую величину x найдем, решив уравнение

$$K' + R_1' + R_2' + \dots + R_m' + \frac{R_{m+1} \cdot x}{(1+i)^{m+x}}$$

или эквивалентное ему уравнение

$$(K' - (R_1' + R_2' + \dots + R_m')) \cdot (1+i)^m \cdot (1+i)^x - R_{m+1} \cdot x = 0. \qquad (1)$$

Здесь R_{m+1} – недисконтированная сумма дохода за m+1-ый год. И, наконец, найдем дисконтный срок окупаемости $n_{\text{ок}} = m + x$.

В предложенной методике основной проблемой, конечно же, является решение уравнения (1). Сложность этого уравнения в том, что неизвестная x в нем присутствует как в показателе степени, так и в линейном слагаемом; вследствие этого его аналитическое решение затруднено. Видимо, поэтому в литературе (см., например, [1, с. 274–275]) для нахождения дробной части x ДСО предлагается решать более простое (и менее точное) уравнение

$$K' = R_1' + R_2' + \dots + R_m' + \frac{R_{m+1} \cdot x}{(1+i)^{m+1}},$$

в котором неизвестная x присутствует только в линейном слагаемом.

Заметим, что использование программного пакета MS Excel позволяет без особых проблем решить уравнение (1). С этой целью на листе книги Excel выделим ячейку для искомого значения переменной x, а также целевую ячейку, в которую запишем формулу

$$(K' - (R_1' + R_2' + \dots + R_m')) \cdot (1+i)^m \cdot (1+i)^x - R_{m+1} \cdot x = 0, \qquad (2)$$

по которой вычисляется левая часть уравнения (1). После этого вызовем программу «Поиск решения» и потребуем, чтобы целевая ячейка была равна нулю.

Применим предложенную выше методику к примеру из [1, с. 274–275].

Пример 2 [1, с. 274–275]. Рассматривается поток платежей: -100; -150; 50; 150; 200; 200. Найти дисконтный срок окупаемости данного инвестиционного проекта, если ставка приведения установлена в размере $i = 0{,}1$.

В [1, с. 274–275] ДСО $n_{ок}$ = 2,603 найден как решение уравнения (2); в результате применения предлагаемого нами подхода получим $n_{ок}$ = 2,579. Проверим для каждого из этих значений выполнение равенства

$$K' = R_1' + R_2' + \ldots + R_m' + \frac{R_{m+1} \cdot (n_{ок} - m)}{(1+i)^{n_{ок}}}.$$

Значение $n_{ок}$ = 2,603, полученное по традиционной методике, приводит к равенству 260 = 263,5027, а значение $n_{ок}$ = 2,579, полученное на основе предложенного нами подхода, приводит к равенству 260 = 259,9643. Как видим, точность 260 – 259,9643 = 0,0357 результата, полученного на основе нового подхода, выше точности 263,5027 - 260 = 3,5027 результата, полученного на основе традиционной методики, на два порядка.

Литература

1. *Четыркин, Е.М.* Финансовая математика : учебник / Е.М. Четыркин. – 10-е изд. – М. : Издательский дом «Дело» РАНХиГС, 2011. – 392 с.